

KATEDRA FIZYKI

**WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA**



**PRACOWNIA
FIZYKI CZĄSTECZKOWEJ I CIEPŁA**



ĆWICZENIE NR C-2

POMIAR NAPIĘCIA POWIERZCHNIOWEGO

CIECZY METODĄ ODRYWANIA

I. Zagadnienia do przystudiowania

1. Siły spójności, siły van der Waalsa.
2. Napięcie powierzchniowe.
3. Menisk wklęsły i wypukły. Włoskowatość.
4. Rachunek błędu metodą różniczki zupełnej.

II. Wprowadzenie teoretyczne

Pomiędzy molekułami cieczy działają siły van der Waalsa zwane również siłami spójności lub kohezji. Są one rezultatem elektrostatycznego oddziaływania powłok elektronowych i jąder atomów wchodzących w skład molekuł. Siłę działającą pomiędzy dwiema molekułami można w przybliżeniu uważać za sumę sił: odpychającej i przyciągającej

$$\vec{F}_{ij} = \left(\frac{c_1}{r_{ij}^n} - \frac{c_2}{r_{ij}^m} \right) \vec{r}_{ij} \quad (1)$$

gdzie: i, j oznaczają molekuły „ i ” oraz „ j ”,

$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$, \vec{r}_j, \vec{r}_i - wektory wodzące molekuł „ j ” oraz „ i ”,

c_1, c_2 - stałe zależne od rodzaju cieczy,

$n > m > 1$.

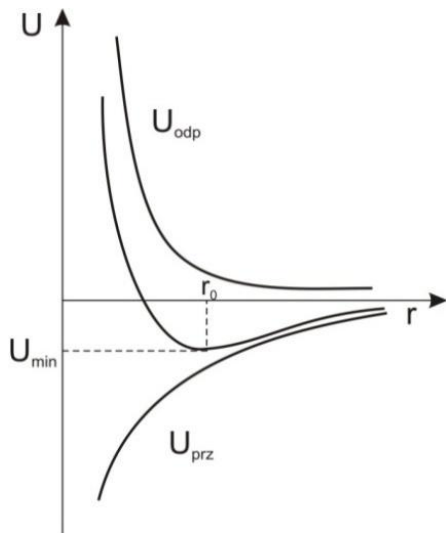
Pierwszy składnik siły (1) opisuje elektrostatyczne odpychanie nakładających się powłok elektronowych sąsiednich molekuł, natomiast drugi ich dipolowe oddziaływanie przyciągające, przy czym molekuły mogą mieć własne, stałe elektryczne momenty dipolowe lub też momenty te są indukowane w molekułach przez lokalne pola elektryczne. Ponieważ siła (1) jest siłą centralną, to można dla niej wyznaczyć energię potencjalną jako

$$U = \frac{c_1'}{r_{ij}^{n-1}} - \frac{c_2'}{r_{ij}^{m-1}} \quad (2)$$

oraz

$$\vec{F}_{ij} = -\text{grad}U \quad (3)$$

Przebieg U w zależności od odległości r pomiędzy dwiema cząsteczkami został przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Zależność energii potencjalnej układu dwóch cząsteczek od ich wzajemnej odległości:
 U_{odp} - energia związana z siłą odpychającą
 U_{prz} - energia związana z siłą przyciągającą

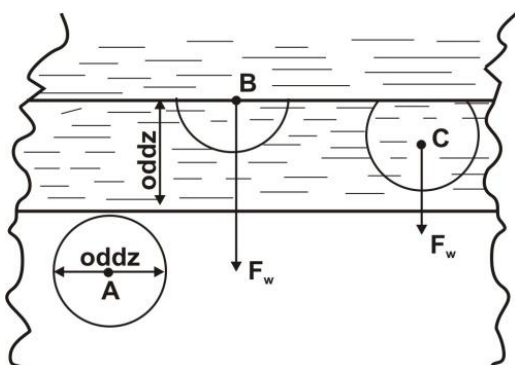
Dla małych odległości dominują siły odpychania, zaś dla dużych odległości siły przyciągania. To prowadzi do powstania, w odległości r_0 , minimum energii potencjalnej U_{min} . Jeżeli energia kinetyczna (E_k) cząsteczek będzie mniejsza od U_{min} (a taka sytuacja występuje w cieczech w przeciwieństwie do gazów), to prowadzi do zajęcia przez cząsteczkę położenia równowagi trwałej w r_0 (konsekwencją tego faktu jest określona objętość cieczy).

Z drugiej strony minimum krzywej $U(r)$ jest „płytkie” i w związku z tym czas τ przebywania cząsteczki w położeniu równowagi jest stosunkowo krótki

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U_{\text{min}}}{kT}\right) \quad (4)$$

gdzie: τ_0 - stała przedeksponencjalna, T - temperatura cieczy, k - stała Boltzmana.

Konsekwencją tego są lokalne fluktuacje gęstości cząsteczek i wskutek tego występowanie nieregularnych - brownowskich - ruchów cząsteczek, a w konsekwencji przyjmowanie przez ciecz kształtu naczynia, w którym się znajduje. Warto zauważyć, że siła (1) jest szybko malejącą funkcją r_{ij} , a więc istotną rolę w oddziaływaniach van der Waalsa odgrywają cząsteczki znajdujące się na małych odległościach względem siebie. Odległość r , dla której oddziaływania van der Waalsa są istotne, nazywa się promieniem sfery działania sił (1).



Rys. 2. Sfery działania i siły wypadkowe dla cząsteczek znajdujących się na różnych głębokościach w cieczy

Weźmy pod uwagę cząsteczkę, która znajduje się we wnętrzu cieczy i zakreślmy dookoła niej kulę o promieniu równym promieniowi sfery oddziaływania (oddz) (rys. 2). Ponieważ, średnio biorąc, cząsteczki rozłożone są w cieczy równomiernie, to wypadkowa siła działająca na rozpatrywaną cząstkę będzie, w przybliżeniu, równa zero. Zupełnie inaczej wygląda sytuacja cząsteczki znajdującej się na powierzchni cieczy lub tuż pod nią (w warstwie o grubości równej średnicy sfery działania). W jej sferze działania przeważają cząsteczki leżące pod nią, a więc wypadkowa siła spójności F_w będzie działała pionowo w dół. Zatem, na każdą jednostkę powierzchni działa wypadkowa siła skierowana pionowo w dół. Oznacza to, że we wnętrzu cieczy panuje dodatkowe ciśnienie wewnętrzne p' równe ilorazowi wypadkowej siły spójności podzielonej przez pole powierzchni swobodnej cieczy. Wielkość tego ciśnienia można oszacować, korzystając z równania stanu gazu rzeczywistego (równanie van der Waalsa)

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad (5)$$

gdzie: a, b - stałe zależne od rodzaju cieczy, R - stała gazowa.

Wtedy

$$p' = \frac{a}{V^2} \quad (6)$$

Jeżeli wypadkowa siła spójności jest prostopadła do powierzchni swobodnej cieczy, to jej działanie będzie polegało na minimalizacji pola tej powierzchni (powstawanie kropeł cieczy o kształcie kulistym). I odwrotnie: zwiększenie tej powierzchni o wartość ΔS będzie wymagało wykonania pracy ΔW . Iloraz

$$\frac{\Delta W}{\Delta S} = \sigma \quad (7)$$

jest dla danej cieczy wielkością stałą i nosi nazwę współczynnika napięcia powierzchniowego lub krócej napięcia powierzchniowego σ .

Powiększenie powierzchni cieczy możemy uzyskać, przykładając do niej siłę styczną. Wtedy

$$\Delta W = F ds \quad (8)$$

natomiast przyrost powierzchni będzie równy

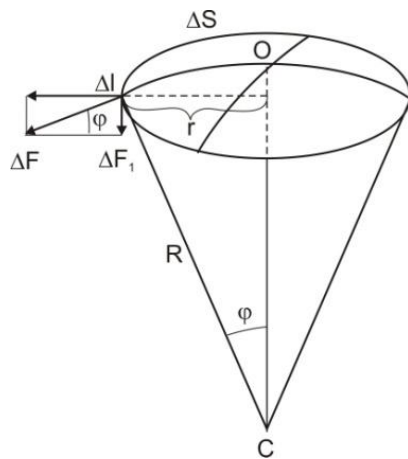
$$\Delta S = l ds \quad (9)$$

gdzie l jest długością odcinka, na które działa siła F .

Wtedy

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad (10)$$

Tak więc dla powierzchni cieczy wklęsłych lub wypukłych będziemy obserwowali dodatkowe ciśnienie p'' oprócz ciśnienia powierzchniowego p' płaskiej powierzchni, wynikające z tego, że napięcie powierzchniowe będzie dążyło do zminimalizowania powierzchni cieczy, a więc utworzenia powierzchni płaskiej. Dla powierzchni wklęsłych ciśnienie p'' będzie ujemne, a dla wypukłych dodatnie. Obliczmy wielkość ciśnienia p'' w przypadku, gdy powierzchnia cieczy stanowi wycinek powierzchni kuli o promieniu R . Wyodrębnijmy mały segment ΔS powierzchni kulistej (rys. 3).



Rys. 3. Ciśnienie dodatkowe pod sferyczną powierzchnią cieczy

Siły napięcia powierzchniowego przyłożone do obrzeża tego segmentu są styczne do wyodrębnionej powierzchni. Stąd

$$\Delta F = \sigma \Delta l \quad (11)$$

Z rysunku 3 mamy

$$\Delta F_1 = \Delta F \sin \varphi \quad (12)$$

gdzie ΔF_1 jest siłą ściskającą ciecz.

Całkowita siła ściskająca

$$F_1 = \sum \Delta F_1 = \sigma (\sin \varphi) (\sum \Delta l) = \sigma (\sin \varphi) 2\pi r \quad (13)$$

ale $\sin \varphi = \frac{r}{R}$

Stąd

$$F_1 = \frac{2\pi\sigma r^2}{R} \quad (14)$$

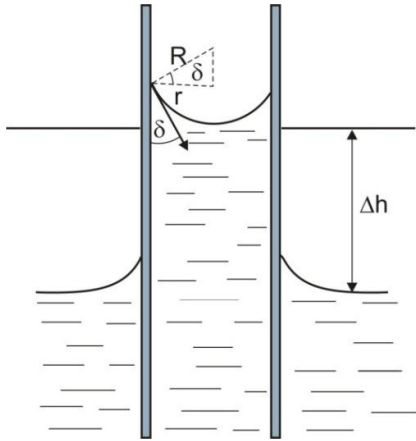
Zgodnie z definicją ciśnienia

$$p'' = \frac{F_1}{\Delta S} \quad (15)$$

gdzie $\Delta S = \pi r^2$ i ostatecznie

$$p'' = \frac{2\sigma}{\Delta S} \quad (16)$$

Zjawisko zaginania się powierzchni cieczy obserwuje się przy brzegach naczyń, w których znajduje się ciecz. Przy czym powierzchnia wklęsła (menisk wklęsły) powstaje w przypadku, gdy siły spójności cieczy są mniejsze od sił przylegania molekuł cieczy i cząsteczek naczynia (ciecz zwilża materiał naczynia). Natomiast powierzchnia wypukła (menisk wypukły) powstaje dla przeciwnej relacji sił spójności i przylegania. Szczególnie wyraźnie zjawisko zaginania się powierzchni cieczy występuje w rurkach kapilarnych, gdzie prowadzi do podniesienia lub obniżenia poziomu cieczy (w zależności od rodzaju menisku) w rurce w porównaniu z otoczeniem (rys. 4).



Rys. 4. Podnoszenie się cieczy zwilżającej w rurce kapilarnej

Różnicę poziomów Δh łatwo obliczyć, przyrównując obliczone ciśnienie p'' do ciśnienia hydrostatycznego p_h wytwarzanego przez słup cieczy Δh

$$p'' = \frac{2\sigma}{R} = p_h = \rho g \Delta h \quad (17)$$

gdzie ρ jest gęstością cieczy.

Promień krzywizny powierzchni cieczy można wyrazić poprzez promień kapilary i kąt przylegania δ jako

$$R = \frac{r}{\cos \delta} \quad (18)$$

i stąd

$$\Delta h = \frac{2\sigma \cos \delta}{r \rho g} \quad (19)$$

Dla zwilżania zupełnego $\delta = 0$ i dlatego

$$\Delta h = \frac{2\sigma}{r\rho g} \quad (20)$$

Napięcie powierzchniowe zależy zarówno od temperatury $\sigma(T)$ i ciśnienia $\sigma(p)$ cieczy, jak również jej składu σ_m . Temperaturowa zależność $\sigma(T)$ musi uwzględniać fakt, że w temperaturze krytycznej T_k ciecz przechodzi w stan gazowy, a więc znika warstwa powierzchniowa generująca napięcie powierzchniowe i stąd

$$\sigma(T) = \frac{d}{V_0^{2/3}}(T_k - T) \quad (21)$$

gdzie: d - stała charakterystyczna dla danej cieczy, V_0 - objętość molowa cieczy.

Podobna liniowa zależność obowiązuje dla $\sigma(p)$. Natomiast zależność napięcia powierzchniowego od składu cieczy jest bardziej skomplikowana i nie da się opisać jedną zależnością funkcyjną. Dla niektórych roztworów jest obserwowana liniowa zależność σ_m od ilości poszczególnych składników

$$\sigma_m = \sigma_1 v_1 + \sigma_2 v_2 - B_p v_1 v_2 \quad (22)$$

gdzie: σ_1 , σ_2 - napięcia powierzchniowe czystych składników, v_1 , v_2 - ich ułamki molowe, B_p - stała charakterystyczna dla danego roztworu.

Roztwory takie nazywamy regularnymi, a w przypadku $B_p = 0$ doskonałymi.

Dla rozcieńczonych roztworów niektórych substancji organicznych obserwuje się zależności logarytmiczne

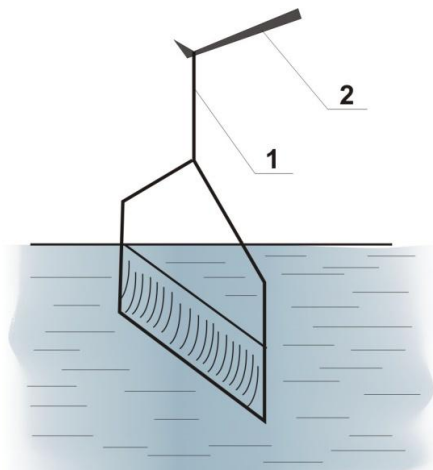
$$\sigma_m = \sigma_0(1 - f \ln(1 + ac)) \quad (23)$$

gdzie: a , f - stałe charakterystyczne dla substancji rozpuszczalnej, c - jej stężenie w roztworze, σ_0 - napięcie powierzchniowe rozpuszczalnika.

Wreszcie w elektrolitach koloidalnych σ_m gwałtownie maleje już przy bardzo małych ich stężeniach, aby później stać się praktycznie stałym.

III. Zasada pomiaru

Napięcie powierzchniowe może być wyznaczone metodą odrywania warstwy powierzchniowej, zgodnie ze zmodyfikowanym wzorem (10), lub przez pomiar wzniesienia włoskowatego w rurkach kapilarnych, zgodnie ze wzorem (19) lub (20). Metoda odrywania polega na pomiarze siły koniecznej do zerwania warstwy powierzchniowej.



Rys. 5. Wyciąganie błony powierzchniowej:
1 - strzemiączko, 2 - ramię wagi torsyjnej

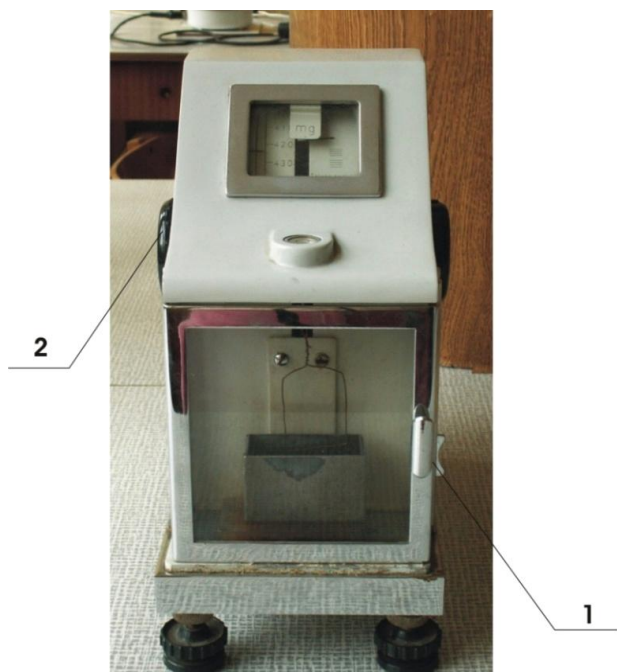
Najczęściej pomiar przeprowadza się w ten sposób, że w cieczy zanurza się ramkę z drutu o długości L (strzemiączko Lenarda) (rys. 5), którą zawieszają na ramieniu wagi torsyjnej. Najpierw należy zrównoważyć siłą F' ciężar ramki, a następnie siłą F'' doprowadzić do zerwania warstwy. Ponieważ zdeformowanie powierzchni obejmuje poprzeczkę drucianą o długości L z dwóch stron i wyciągnięcie strzemiączka powoduje wzrost powierzchni z dwóch stron, to tak jakby siła $F = F'' - F'$ była siłą równoważącą napięcie powierzchniowe na długości $2L$.

Zatem zgodnie ze wzorem (10)

$$\sigma = \frac{F}{2L} = \frac{F'' - F'}{2L} \quad (24)$$

IV. Zestaw pomiarowy

Waga torsyjna (rys. 6), zestaw trzech cieczy (woda destylowana, gliceryna i alkohol etylowy).



Rys. 6. Waga torsyjna

V. Przebieg ćwiczenia

1. Otworzyć osłonę z przodu wagi, zawiesić strzemiączko, ustawić naczynie z badaną cieczą i zanurzyć strzemiączko tuż pod powierzchnią swobodną cieczy.
2. Odaretować (odblokować) wagę (przekręcić o 180° śrubę oznaczona czerwona kropką (1- rys. 6).
3. Kręcić powoli lewą gałką (2 - rys. 6) do zrównoważenia ciężaru strzemiączka (wskazówka wagi podniesie się i zatrzyma), odczytać wartość siły F .
4. Kręcić dalej lewą gałką aż do momentu zerwania warstwy (gwałtowny podskok wskazówki wagi), odczytać wartość siły F'' .
5. Pomiary przeprowadzić dziesięciokrotnie dla każdej z badanych cieczy.

UWAGA: Zmianę badanej cieczy przeprowadzić przy zaaretowanej wadze.

6. Wyniki pomiarów umieścić w tabeli.

VI. Tabela pomiarowa

Rodzaj cieczy	Nr pom. i	F' [mG]	F'_{sr} [mG]	F'' [mG]	F''_{sr} [mG]	$F = F''_{sr} - F'_{sr}$		L [m]	σ [N/m]	$\Delta\sigma$ [N/m]
						[mG]	[9,81 · 10 ⁻⁶ N]			
	1									
	2									
	...									
	10									
	1									
	2									
	...									
	10									
	1									
	2									
	...									
	10									

VII. Opracowanie wyników

Obliczyć wartość napięcia powierzchniowego σ dla każdej z badanych cieczy z wykorzystaniem wzoru (24) i wartości średnich F'_{sr} i F''_{sr} .

VIII. Rachunek błędów

1. Wartość błędów $|\Delta\sigma|$ - dla każdej cieczy obliczyć metodą różniczki zupełnej.

Za błąd $|\Delta F'|$ przyjąć bezwzględna wartość maksymalnej różnicy między pojedynczym wynikiem F' i F'_{sr} , to znaczy

$$|\Delta F'_{sr}| = |F'_i - F'_{sr}|_{\max}$$

Analogicznie

$$|\Delta F''_{sr}| = |F''_i - F''_{sr}|_{\max}$$

- Przeprowadzić dyskusję uzyskanych wyników i porównać uzyskaną wartość średnią σ z wartościami tablicowymi. Wskazać na źródła ewentualnych różnic.

IX. Literatura

- Dryński T., Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1978.
- Lech J., Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Wydziału Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej PCz, Częstochowa 2005.
- Respondowski R., Laboratorium z fizyki, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1999.
- Szczeniowski S., Fizyka doświadczalna, cz. II, Ciepło i fizyka cząsteczkowa, PWN, Warszawa 1976.
- Szydłowski H., Pracownia fizyczna wspomagana komputerem, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.