

KATEDRA FIZYKI

***WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA***



***PRACOWNIA
ELEKTRYCZNOŚCI I MAGNETYZMU***



ĆWICZENIE NR E-1

CHARAKTERYSTYKA OPORÓW

I. Zagadnienia do przestudiowania

1. Mechanizm przewodnictwa elektrycznego metali. Teoria gazu elektronowego.
2. Przewodnictwo właściwe metali - zależność przewodnictwa elektrycznego od temperatury.
3. Prawo Ohma.
4. Zależność oporu elektrycznego od wymiarów geometrycznych przewodnika. Opór właściwy.
5. Przewodnictwo półprzewodników i dielektryków, zależność od temperatury.

II. Wprowadzenie teoretyczne

Teoria elektronowa przewodnictwa metali sformułowana w 1900 r. przez P. Drudego, zakładała, że elektrony przewodnictwa w metalu można traktować jak gaz elektronowy podobny do jednoatomowego gazu idealnego. Podczas ruchu elektrony przewodzenia podobnie jak cząsteczki gazu zderzają się z jonami siatki krystalicznej i długość swobodna drogi elektronów powinna być rzędu stałej siatki krystalicznej metalu, tj. 10^{-10} m. Teoria ta zakładała również, że wszystkie elektrony mają jednakową prędkość ruchu cieplnego. Lorentz udoskonalił teorię Drudego poprzez stwierdzenie, że w gazie elektronowym występuje rozkład prędkości, który podlega statystyce Maxwella-Boltzmann. Jeżeli w przewodniku powstanie pole elektryczne, rozkład ten przestaje obowiązywać i prędkość średnia elektronów jest proporcjonalna do natężenia pola.

W przewodniku metalicznym swobodne elektrony znajdują się w ciągłym ruchu podobnie jak cząsteczki gazu w zbiorniku. Jeżeli końce drutu połączymy z baterią, to wewnątrz tego drutu pojawi się uporządkowany ruch ładunków elektrycznych (prąd elektryczny) w wyniku wytworzenia w nim pola elektrycznego. Taki prąd nazywa się prądem przewodzenia. Dla pojawienia się i przepływu prądu elektrycznego w przewodniku konieczne jest występowanie w danym materiale ładunków elektrycznych, które są w stanie przemieszczać się, oraz występowanie w danym materiale pola elektrycznego. Za kierunek przepływu prądu elektrycznego przyjmuje się ruch dodatnich ładunków elektrycznych. Podstawową wielkością charakteryzującą prąd elektryczny jest natężenie prądu I , miarą którego jest ilość elektryczności przepływającej przez przekrój poprzeczny przewodnika w jednostce czasu

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (1)$$

gdzie: dq oznacza ładunek elektryczny przepływający przez przekrój poprzeczny przewodnika w ciągu nieskończenie krótkiego czasu dt .

Jednostką natężenia prądu jest *amper* (A). Jeżeli wartość natężenia prądu i kierunek przepływu prądu nie ulega zmianie w czasie, to taki prąd nazywa się prądem stałym.

Ćwiczenie E-1: Charakterystyka oporów

Jeżeli do dwóch różnych przewodników przyłożymy różnicę potencjałów - inaczej napięcie U , to natężenia prądów I , które przepłyną przez te przewodniki, będą miały różne wartości. Stosunek napięcia U - mierzonego w woltach (V) - przyłożonego na końcach przewodnika do natężenia prądu I przepływającego przez ten przewodnik jest wielkością charakterystyczną dla danego przewodnika i nazywa się oporem R tego przewodnika

$$R = \frac{U}{I} \quad (2)$$

Jednostką oporu jest om (Ω).

Jeżeli opór R jest stały, to równanie (2) jest zwykle zapisywane w równoważnej postaci

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1}{R}U \quad (3)$$

która nosi nazwę prawa Ohma.

Przedstawiona graficznie (w formie wykresu) zależność natężenia prądu I od napięcia U dla danego przewodnika nosi nazwę charakterystyki napięciowo-prądowej tego przewodnika. W przypadku spełnienia prawa Ohma charakterystyka napięciowo-prądowa ma postać linii prostej przechodzącej przez początek układu; a odwrotność wartości tangensa kąta nachylenia tej prostej do osi napięcia jest miarą wartości oporu danego przewodnika. W ogólności charakterystyki napięciowo-prądowe mają kształt krzywych.

Wykres zależności oporu elektrycznego przewodnika R w funkcji natężenia prądu I nosi nazwę charakterystyki prądowo-oporowej tego przewodnika.

Opór elektryczny przewodnika zależy od długości l , tego przewodnika pola przekroju poprzecznego S oraz rodzaju materiału, z którego ten przewodnik jest wykonany, co wyraża wzór

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (4)$$

W równaniu (4) symbol ρ stanowi oznaczenie wielkości zwanej oporem właściwym materiału, z którego wykonany jest przewodnik. Jednostką oporu właściwego jest $\Omega \cdot \text{m}$. Wartości oporu właściwego dla typowych materiałów są rzędu $10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Na przykład opór właściwy miedzi w temperaturze $18^\circ\text{C} = 291,15 \text{ K}$ wynosi $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, wolframu - $5,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, natomiast stopu metalicznego o nazwie konstantan - $50 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

Opór właściwy materiału zależy od temperatury. Zależność tę w przypadku przewodników opisuje się wzorem

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - 273,15)] \quad (5)$$

Ćwiczenie E-1: Charakterystyka oporów

gdzie: T - temperatura wyrażona w kelwinach [K], ρ_0 - opór właściwy w temperaturze $273,15 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$, ρ - opór właściwy w temperaturze T , α - temperaturowy współ- czynnik oporu.

W szczególności: Wartości współczynnika α dla miedzi, wolframu są odpowiednio równe: plus $4,33 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, plus $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, co oznacza, że opór tych materiałów rośnie wraz ze wzrostem temperatury. Natomiast wartość współczynnika α dla konstantanu wynosi minus $0,035 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$; zatem opór tego stopu nieznacznie maleje ze wzrostem temperatury i dlatego można uważać, że opór konstantanu praktycznie nie zależy od temperatury.

Opór materiałów półprzewodnikowych maleje wraz ze wzrostem temperatury; przy czym funkcja opisująca zależność ρ od T ma postać funkcji wykładniczej:

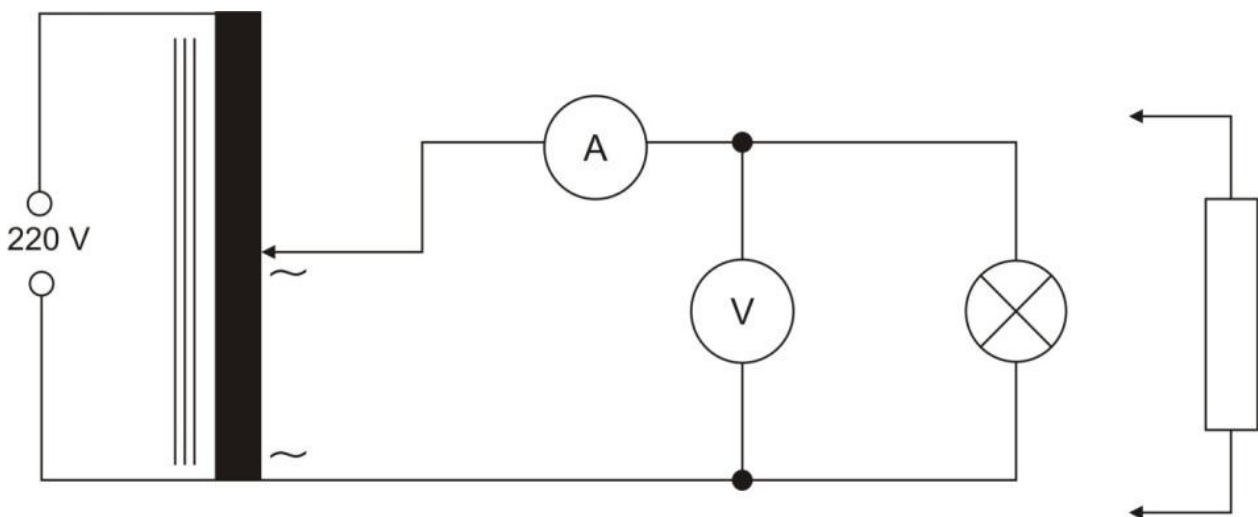
$$\rho = \rho_0 e^{b\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{273,15}\right)} \equiv \rho_0 \exp\left(\frac{b}{T} - \frac{b}{273,15}\right) \quad (6)$$

gdzie ρ_0 , ρ i T mają te same znaczenia co we wzorze (5), natomiast b jest stałą charakteryzującą dany materiał półprzewodnikowy.

III. Zestaw pomiarowy

Autotransformator, żarówka wolframowa, nikielina, dwa uniwersalne mierniki cyfrowe, przyrząd do pomiaru oporu w zależności od długości przewodnika.

IV. Schemat układu pomiarowego



V. Przebieg ćwiczenia

V.1. Wyznaczanie charakterystyk prądowo-napięciowych przewodników

1. Połączyć układ według schematu:

a) Pomiar napięcia:

Jeden przewód przyłączyć do wejścia „COM”, drugi przewód do wejścia „VQHz”. Przełącznikiem obrotowym wybrać funkcję napięć zmiennych V_{\sim} , a następnie zakres 750 V dla żarówki wolframowej, a dla nikieliny 200 V.

b) Pomiar natężenia prądu:

Jeden przewód przyłączyć do wejścia „COM”, drugi przewód do wejścia „mA”. Przełącznikiem obrotowym wybrać funkcję prądu zmiennego A_{\sim} i zakres 200 mA dla żarówki wolframowej, a dla nikieliny 20 mA.

2. Wyznaczyć charakterystyki prądowo-napięciowe dla:

a) żarówki o włóknie wolframowym,

b) nikieliny.

W tym celu - zmieniając napięcie zasilające (za pomocą autotransformatora), mierzyć natężenie prądu.

UWAGA: W trakcie badania charakterystyki żarówki zmieniać napięcie w granicach $0 \div 220$ V, dla nikieliny - w granicach $0 \div 140$ V.

3. Wyniki pomiarów wpisać do tabel 1a i 1b.

V.2. Wyznaczanie oporu właściwego przewodnika

1. Włączyć do sieci układ pomiarowy.

2. Ustalić wartość natężenia prądu $I = 200$ mA.

Przesuwając suwak, znaleźć takie jego położenia (długości l odcinków przewodu, na których mierzymy spadki napięcia), przy których wskazania woltomierza są równe wielokrotnościom 0,05 V.

3. Zanotować w tabeli 2a wartość natężenia I oraz wartości napięć U i odpowiadających im wartości długości l drutu.

VI. Tabele pomiarowe

TABELA 1a

Żarówka wolframowa						
Lp.	U [V]	\Delta U [V]	I [mA]	\Delta I [mA]	R [\Omega]	\Delta R [\Omega]
1	0					
2	10					
3	20					
4	30					
...	...					
23	220					

TABELA 1b

Nikielina						
Lp.	U [V]	\Delta U [V]	I [mA]	\Delta I [mA]	R [\Omega]	\Delta R [\Omega]
1	0					
2	10					
...	...					
15	140					

TABELA 2a

Lp.	I [mA]	U [V]	Długość odcinka przewodnika l [cm]	R [\Omega]	ρ [\Omega m]	$\Delta\rho$ [\Omega m]	$\left[\frac{\Delta\rho}{\rho}\right]_{100\%}$ [%]
1							
2							
...							

TABELA 2b

	Woltomierz	Amperomierz
Klasa miernika		
Zakres pomiarowy		
Wartość najmniejszej działki		
Niepewność pomiarowa		

VII. Opracowanie wyników pomiarowych

1. Na podstawie wyników pomiarowych (tabele 1a i 1b) wykreślić na papierze milimetrycznym charakterystyki prądowo-napięciowe $I = f(U)$ badanych przewodników.
2. Korzystając z prawa Ohma, obliczyć opór R dla każdej wartości napięcia U i natężenia I oraz wpisać odpowiednio do tabel.
3. Dla wybranych 5 pomiarów U i I dla żarówki wolframowej oraz 5 pomiarów dla nikieliny obliczyć bezwzględne niepewności pomiarowe mierników cyfrowych $|\Delta U|$ i $|\Delta I|$ oraz błąd $|\Delta R|$. Wpisać do odpowiednich kolumn tabel 1a i 1b. (Sposób obliczania niepewności mierników cyfrowych ilustrują przykłady P1 i P2. Potrzebne dane zawiera tabela 3). Obliczone wartości $|\Delta U|$, $|\Delta I|$ i $|\Delta R|$ zaznaczyć na wykresach.
4. Sporządzić wykresy zależności oporu od natężenia prądu $R = f(I)$ dla żarówki wolframowej i nikieliny.
5. W celu wyznaczenia oporu właściwego przewodnika (dane w tabeli 3a) należy:
 - a) Korzystając z prawa Ohma, obliczyć wartości oporu R poszczególnych odcinków l przewodnika.
 - b) Obliczyć wartości błędów mierników $|\Delta U|$ i $|\Delta I|$.
(Z uwagi na fakt, że w pomiarach zmierzających do wyznaczenia ρ wykorzystuje się klasyczne wskazówkowe (analogowe) mierniki napięcia i prądu, przy obliczaniu błędów tych mierników, tzn. $|\Delta U|$ i $|\Delta I|$, stosuje się relacje odnoszące się do tej klasy mierników. Dlatego w trakcie eksperymentu należy wpisać do tabeli 2b odpowiednie wartości parametrów konkretnych mierników wykorzystanych w ćwiczeniu.)
 - c) Obliczyć wartości błędów $|\Delta R|$ i dokonać stosownych zaokrągleń.
 - d) Obliczyć opór właściwy ρ przewodnika z użyciem relacji

$$\rho = \frac{RS}{l} = \frac{Rab}{l}$$

gdzie $a = (0,18 \pm 0,02)$ mm i $b = (1,00 \pm 0,02)$ mm są wymiarami przekroju poprzecznego przewodnika.

- e) Obliczyć bezwzględny błąd $|\Delta \rho|$ metodą różniczek zupełnej i dokonać stosownych zaokrągleń wartości $|\Delta \rho|$ i ρ .
 - f) Obliczyć wartość średnią ρ_{sr} .
6. Przeprowadzić dyskusję wyników pomiarów i rachunku błędów.

Literatura

1. Dryński T., Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1978.
2. Halliday D., Resnick R., Walker J., Fizyka, t. 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
3. Jaworski B., Dietlaf A., Kurs fizyki, t. II, Elektryczność i magnetyzm, PWN, Warszawa 1979.
4. Konopka H., Zięba A. i in., Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, cz. 1, Wydawnictwo AGH, Kraków 1986.
5. Lech J., Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Wydziału Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej PCz, Częstochowa 2005.
6. Szydłowski H., Pracownia fizyczna wspomagana komputerem, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.

Parametry mierników cyfrowych wykorzystywanych w ćwiczeniu

TABELA 3

Pomiar napięcia stałego

ZAKRES	DOKŁADNOŚĆ D	ROZDZIELCZOŚĆ R
200 mV	$\pm (0,5\% \text{ wskazań} + 1 \text{ cyfra})$	100 μV
2 V	$\pm (0,5\% \text{ wskazań} + 1 \text{ cyfra})$	1 mV
20 V	$\pm (0,5\% \text{ wskazań} + 1 \text{ cyfra})$	10 mV
200 V	$\pm (0,5\% \text{ wskazań} + 1 \text{ cyfra})$	100 mV
1000 V	$\pm (0,8\% \text{ wskazań} + 2 \text{ cyfry})$	1 V

Pomiar napięcia zmiennego

ZAKRES	DOKŁADNOŚĆ D	ROZDZIELCZOŚĆ R
2 V	$\pm (0,8\% \text{ wskazań} + 3 \text{ cyfry})$	1 mV
20 V	$\pm (0,8\% \text{ wskazań} + 3 \text{ cyfry})$	10 mV
200 V	$\pm (0,8\% \text{ wskazań} + 3 \text{ cyfry})$	100 mV
750 V	$\pm (1,2\% \text{ wskazań} + 3 \text{ cyfry})$	1 V

Pomiar natężenia prądu stałego

ZAKRES	DOKŁADNOŚĆ D	ROZDZIELCZOŚĆ R
2 mA	$\pm (0,8\% \text{ wskazań} + 1 \text{ cyfra})$	1 μA
20 mA	$\pm (0,8\% \text{ wskazań} + 1 \text{ cyfra})$	10 μA
200 mA	$\pm (1,5\% \text{ wskazań} + 1 \text{ cyfra})$	100 μA
20 A	$\pm (2\% \text{ wskazań} + 5 \text{ cyfr})$	10 mA

Pomiar natężenia prądu zmiennego

ZAKRES	DOKŁADNOŚĆ D	ROZDZIELCZOŚĆ R
20 mA	$\pm (1\% \text{ wskazań} + 3 \text{ cyfry})$	10 μA
200 mA	$\pm (1,8\% \text{ wskazań} + 3 \text{ cyfry})$	100 μA
20 A	$\pm (3\% \text{ wskazań} + 7 \text{ cyfr})$	10 mA

cyfra - tu: jednostka ostatniego miejsca odczytu - w praktyce równa rozdzielczości R

Obliczanie bezwzględnej niepewności pomiarowej (błędu bezwzględnego) miernika cyfrowego

$$|\Delta x| \equiv \text{dokładność D}$$

Przykładowe obliczenia

P1. Zmierzono, wykorzystując zakres 200 V, napięcie zmienne. Odczyt wyniósł 28,7 V.

$$|\Delta U| = (0,8/100) \cdot 28,7 \text{ V} + 3 \cdot 0,1 \text{ V} = 0,2296 \text{ V} + 0,3 \text{ V} = 0,5296 \text{ V} \approx 0,6 \text{ V}$$

P2. Zmierzono napięcie zmienne, wykorzystując zakres 750 V. Odczyt wyniósł 220 V.

$$|\Delta U| = (1,2/100) \cdot 220 \text{ V} + 3 \cdot 1 \text{ V} = 2,64 \text{ V} + 3 \text{ V} = 5,64 \text{ V} \approx 6 \text{ V}$$

Zasada sporządzania wykresów

Prawidłowe opracowanie wyników pomiarów wymaga wykonania odpowiedniego wykresu. Podczas robienia wykresu należy kierować się następującymi zasadami:

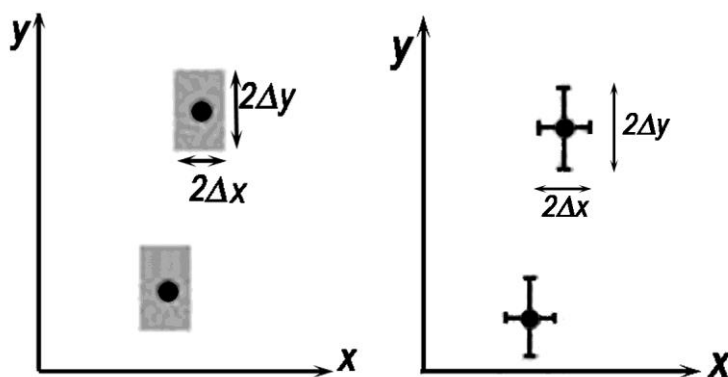
1. Wykres wykonuje się na papierze milimetrowym. Na układzie współrzędnych definiujemy liniowe osie liczbowe w przedziałach zgodnych z przedziałami zmienności wartości X i Y ; oznacza to, że na każdej z osi odkładamy tylko taki zakres zmian mierzonej wielkości fizycznej, w którym zostały wykonane pomiary. Nie ma zatem obowiązku odkładania na osiach punktów zerowych, gdy nie było w ich okolicy punktów pomiarowych (chyba, że w dalszej analizie konieczne będzie odczytanie wartości Y dla $X=0$). Skalę na osiach układu наносimy zazwyczaj w postaci równooddalonych liczb. Ich wybór i gęstość na osi musi zapewniać jak największą prostotę i wygodę korzystania z nich.

Na osiach wykresu muszą być umieszczone odkładane wielkości fizyczne i ich jednostki lub wymiary.

2. Punkty наносimy na wykres tak, by były wyraźnie widoczne, zaznaczamy je kółkami, trójkątami, kwadracikami itp. Na rysunku należy zaznaczyć również niepewności pomiarowe w postaci prostokątów lub odcinków.

Graficzne przedstawienie niepewności systematycznej:

Załóżmy, że wartości x i y otrzymane z pomiarów są obciążone odpowiednio niepewnościami Δx i Δy . Oznacza to, że rzeczywiste wartości tych wielkości mieszczą się w przedziałach od $x - \Delta x$ do $x + \Delta x$ oraz od $y - \Delta y$ do $y + \Delta y$. Na wykresie zależności $Y(X)$ przedziały te wyznaczają wokół punktów (x, y) prostokąty o bokach $2\Delta x$ i $2\Delta y$. Niepewności te można również zaznaczać wokół punktu pomiarowego (x, y) poprzez odcinki o długości $2\Delta x$ i $2\Delta y$ (rys.1)



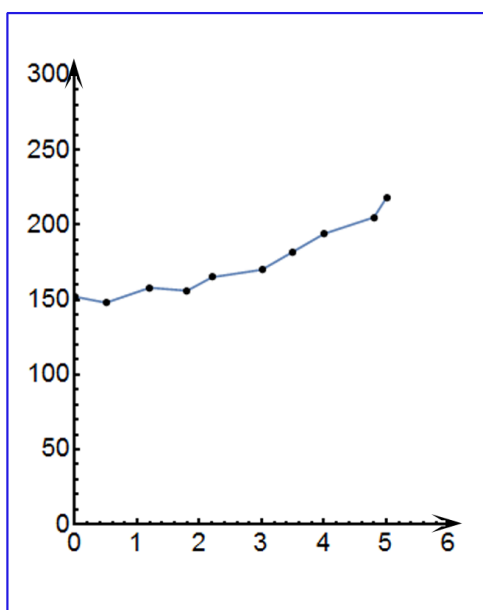
Rys.1 Zaznaczanie niepewności wokół punktów pomiarowych.

Uwaga: Jeżeli wartość zmiennej X jest dokładnie znana (czyli $\Delta x=0$), to na wykresie zaznaczamy tylko niepewności na osi zmiennej zależnej (na osi y).

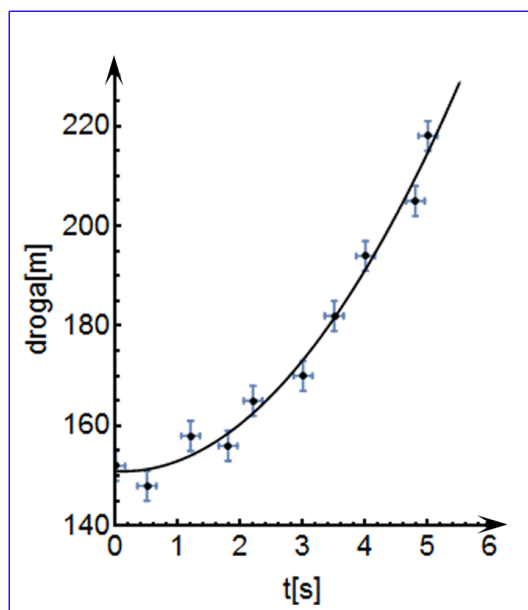
3. Rozmiar wykresu nie jest dowolny i nie powinien wynikać z tego, że dysponujemy takim, a nie innym kawałkiem papieru (na rys.2 arkusz papieru milimetrowego zaznaczony jest kolorem niebieskim). Rozmiar powinien być określony przez niepewności pomiarowe tych wielkości, które odkłada się na osiach. Niepewność ta powinna w wybranej skali być odcinkiem o łatwo zauważalnej, znaczącej długości.

- Następnie prowadzimy odpowiednią krzywą (nie może to być linia łamana!) tak, by przecinała w miarę możliwości punkty pomiarowe, ale nie należy dążyć do tego, aby przechodziła ona przez wszystkie punkty, ponieważ każdy z nich obarczony jest niepewnością. W przypadku dużych rozrzutów staramy się, by ilość punktów poniżej i powyżej krzywej była zbliżona- w ten sposób uśredniamy graficznie wyniki pomiarów. W przypadku zależności nieliniowych korzystamy z krzywików.
- Każdy rysunek powinien być podpisany. Etykieta wykresu wyjaśnia, co rysunek zawiera, co reprezentują zaznaczone krzywe.

PODSUMOWANIE:



zły wykres



dobry wykres

Rys.2