Projekt „Plan rozwoju Politechniki Częstochowskiej”
współfinansowany ze środków UNII EUROPEJSKIEJ w ramach EUROPEJSKIEGO FUNDUSZU SPOŁECZNEGO
Numer Projektu: POKL.04.01.01-00-59/08

INSTYTUT FIZYKI

WYDZIAŁINŻYNIERII PROCESOWEJ, MATERIAŁOWEJ
I FIZYKI STOSOWANEJ
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA

LABORATORIUM Z FIZYKI

Ć W I C Z E N I E N R W-1

WYZNACZANIE PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO ZA POMOCĄ WAHADŁA MATEMATYCZNEGO Z WYKORZYSTANIEM METODY REGRESJI LINIOWEJ

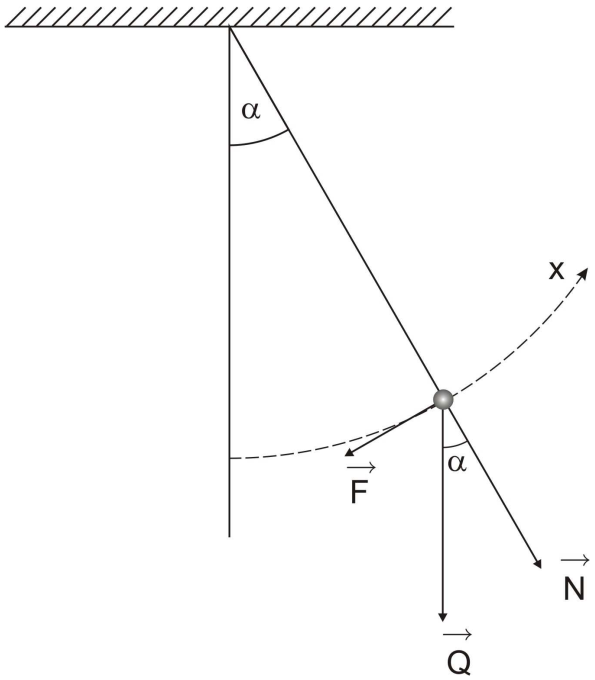
Politechnika Częstochowska, Centrum Promocji i Zastosowań Nauk Ścisłych
ul. Dąbrowskiego 73 pok. 178, 42-200 Częstochowa
tel./ fax. +343250324, e-mail: imi@imi.pcz.pl, http://www.cns.pcz.pl

I. Zagadnienia do przestudiowania

1. Oscylator harmoniczny prosty
2. Wahadło matematyczne
3. Metoda regresji liniowej.

II. Wstęp teoretyczny

Wahadłem matematycznym nazywamy punkt materialny zawieszony na cienkiej, nieważkiej i nierozciągliwej nitce o długości l i wychylony z położenia równowagi o kąt α (rys. 1).



Rys.1 Wahadło matematyczne

Na punkt materialny działa siła ciężkości Q = mg, którą zgodnie z rys. 1 można rozłożyć na dwie składowe:

$$F = -mg\sin\alpha \text{ i } N = mg\cos\alpha \,. \tag{1}$$

Znak minus we wzorze na F wynika z faktu, że wychylenie x jest przeciwnie skierowane niż siła F. Zapisując równanie Newtona w postaci:

$$F = ma = m\frac{d^2x}{dt^2}, \tag{2}$$

i wstawiając za F wyrażenie z (1) mamy:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\sin\alpha \,. \tag{3}$$

Kąt α w mierze łukowej może być przedstawiony w postaci:

$$\alpha = \frac{x}{l}\,. \tag{4}$$

Równanie ruchu (3) przyjmuje więc postać:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + mg\sin\frac{x}{l} = 0\,. \tag{5}$$

Po podzieleniu przez m uzyskujemy:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + g\sin\frac{x}{l} = 0. \tag{6}$$

W ogólnym przypadku drgania periodyczne opisane powyższym równaniem nie są drganiami harmonicznymi, gdyż równanie (6) nie jest równaniem postaci:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \tag{7}$$

gdzie ω_0 jest częstością drgań nietłumionych powiązaną z okresem (T) i częstotliwością (f) drgań zależnościami:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \tag{8}$$

W pewnych warunkach, gdy wychylenie z położenia równowagi jest małe, tzn. sinus kąta w mierze łukowej może być zastąpiony kątem:

$$\sin\frac{x}{l} \approx \frac{x}{l}, \tag{9}$$

równanie (6) przyjmuje postać:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0. \tag{10}$$

Wyrażenie $\frac{g}{l}$ pełni rolę kwadratu częstości drgań własnych:

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l}. \tag{11}$$

Stąd okres małych drgań wahadła matematycznego wyraża się wzorem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{12}$$

Jak widać ze wzoru (12) okres małych drgań wahadła matematycznego zależy od pierwiastka kwadratowego jego długości, a nie zależy od jego masy.
Po podniesieniu równania (12) do kwadratu uzyskujemy:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}l. \tag{13}$$

Kwadrat okresu małych drgań wahadła matematycznego jest liniową funkcją długości tego wahadła.

III. Przebieg ćwiczenia:

1. Wyznaczyć współrzędną x_1 punktu zamocowania wahadła oraz współrzędną, x_2, środka kulki zamocowanej na żyłce.
2. Odchylić kulkę o niewielki kąt i zmierzyć stoperem czas n = 20 pełnych drgań. Wynik zapisać w tabeli. Należy pamiętać, że wahadło matematyczne jest oscylatorem harmonicznym, gdy amplituda drgań jest mała, tj. maksymalne wychylenie z położenia równowagi jest nie większe niż 7^o.
3. Przeprowadzić pomiary czasu dla 10 – tu różnych położeń zamocowania wahadła x_1. Wyniki zapisać w tabelce.

Tabela pomiarowa

Lp	x_1 [m]	x_2 [m]	$l=x_2-x_1$ [m]	t [s]	n	$T=\frac{t}{n}$ [s]	T^2 [s^2]	a[s^2/m]	b [s^2]	g [m/s^2]
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

IV. Opracowanie wyników.

1. Obliczyć długości wahadła $l = x_2 - x_1$ i wpisać w tabelę.
2. Określić okresy drgań i ich kwadraty. Wyniki wpisać w tabelę.
3. Zgodnie z równaniem (13) kwadrat okresu drgań wahadła matematycznego zależy liniowo od długości wahadła, czyli $T^2(l)$ jest linią prostą o równaniu $y = ax + b$ gdzie:

$$y \to T^2$$
$$x \to l \quad .$$
$$a = \frac{4\pi^2}{g}$$

Parametr b powinien być bliski zero.

Przy pomocy programu regresja.exe wyznaczyć parametry a i b oraz odchylenia standardowe σ_a i σ_b. Dokładny opis metody regresji liniowej znajduje się w skrypcie *Jan Lech – „Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki”*

4. Wyznaczyć przyspieszenie ziemskie g ze wzoru:

$$g = \frac{4\pi^2}{a}$$

5. Oszacować błąd bezwzględny Δg zgodnie ze wzorem:

$$\Delta g = \frac{4\pi^2}{a^2}\sigma_a$$

6. Określić błąd względny:

$$\delta_g = \frac{\Delta g}{g} \bullet 100\%$$

7. Sporządzić wykres $T^2(l)$ z naniesioną prostą $y = ax + b$.
8. Przedyskutować dlaczego b nie jest równe zero.
9. Przedyskutować uzyskany wynik i porównać go z wartościami tablicowymi.

Literatura

[1]. Materiały pomocnicze dostępne na stronie internetowej Centrum Nauk Ścisłych.
[2]. R. Resnick, D.Holiday, „Fizyka”.
[3]. T. Dryński, „Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki”
[4]. J. Lech, „Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki”, skrypt Politechniki Częstochowskiej.