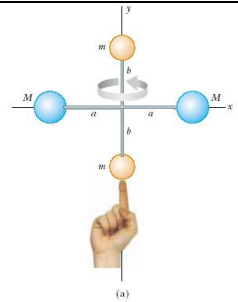


***KATEDRA FIZYKI***

***WYDZIAŁ INŻYNIERII PRODUKCJI  
I TECHNOLOGII MATERIAŁÓW  
POLITECHNIKA CZĘSTOCHOWSKA***



***PRACOWNIA  
MECHANIKI***



**ĆWICZENIE NR M-1**

***WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIECZY***

***I CIAŁ STAŁYCH***

***ZA POMOCĄ PIKNOMETRU***

## I. Zagadnienia do przestudiowania

1. Pojęcie gęstości bezwzględnej i względnej.
2. Metody wyznaczania gęstości cieczy i ciał stałych.
3. Piknometr.
4. Rachunek błędów metodą różniczeki zupełnej.

## II. Wprowadzenie teoretyczne

Gęstością danego ciała nazywamy stosunek jego masy  $m$  do objętości  $V$

$$d = \frac{m}{V} \quad (1)$$

Jeżeli masę mierzymy w kg, a objętość w  $\text{m}^3$ , to gęstość wyrażona jest w  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

Gęstością względną nazywamy stosunek gęstości danego ciała  $d_1$  do gęstości  $d_2$  innego ciała przyjętego za wzorcowe

$$d_w = \frac{d_1}{d_2} \quad (2)$$

Jak wynika z definicji, gęstość względna jest liczbą niemianowaną.

Gdy objętości ciał są równe, to gęstość względna równa jest stosunkowi mas:

$$d_1 = \frac{m_1}{V_1}, \quad d_2 = \frac{m_2}{V_2}, \quad V_1 = V_2 = V \quad (3)$$

stąd

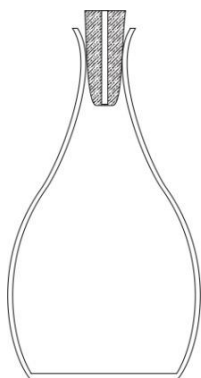
$$d_w = \frac{d_1}{d_2} = \frac{\frac{m_1}{V_1}}{\frac{m_2}{V_2}} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{V}{V} = \frac{m_1}{m_2} \quad (4)$$

Ciało, względem którego określamy gęstość względną, nazywa się wzorcowym. Najczęściej jako wzorcowe ciało używamy wody destylowanej. Gęstość wody destylowanej w temperaturze  $4^\circ\text{C}$  i pod ciśnieniem 1013 Pa (760 mm Hg) jest równa  $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$ . Gęstość względna jakiegoś ciała w stosunku do gęstości wody przy  $4^\circ\text{C}$  jest praktycznie równa gęstości bezwzględnej tego ciała (różni się tylko brakiem miana).

### III. Zasada pomiaru

#### 1. Wyznaczanie gęstości cieczy

Do wyznaczenia gęstości cieczy potrzebna jest znajomość masy  $m$  i objętości  $V$ . Do pomiarów tych wielkości używamy wagi analitycznej i piknometru. Piknometr jest to niewielkie naczynie w kształcie kolby z dokładnie doszlifowanym korkiem. W środku korka znajduje się kanałek, przez który może wypływać nadmiar cieczy z naczynia (rys. 1).



Rys. 1. Piknometr

Przed przystąpieniem do pomiarów należy dokładnie wymyć piknometr i wysuszyć. Najlepiej przemyć cieczą szybko parującą, np. alkoholem. Po wysuszeniu piknometr ważymy na wadze analitycznej i oznaczamy jego masę przez  $m_1$ . Następnie napełniamy wodą destylowaną, zamykamy korkiem i zbieramy bibułą wodę wypływającą przez kanał w korku oraz osuszamy dokładnie zewnętrzne części piknometru. Ważymy piknometr napełniony wodą destylowaną i oznaczamy jego masę przez  $m_2$ . Wylewamy wodę, osuszamy piknometr i napełniamy badaną cieczą oraz wyznaczamy masę piknometru z badaną cieczą  $m_3$ .

Masa cieczy  $m = m_3 - m_1$

Masa wody destylowanej  $m_w = m_2 - m_1$

Ponieważ  $m_w = Vd_t$

gdzie  $d_t$  - gęstość wody w temperaturze  $t$ ,

to  $m_2 - m_1 = Vd_t$

Objętość wody destylowanej

$$V = \frac{m_2 - m_1}{d_t} \quad (5)$$

Objętości cieczy jest równa objętości wody destylowanej, a zatem gęstość cieczy  $d_c$

$$d_c = \frac{m}{V} = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} d_t \quad (6)$$

Gęstość  $d_t$  odczytać należy z tablic dla temperatury wody używanej do pomiarów.

## 2. Wyznaczanie gęstości ciał stałych

Napełniony wodą destylowaną piknometr posiada masę  $m_2$ . Wyznaczamy masę danego ciała stałego w postaci granulek i oznaczmy jako  $m_4$ . Wrzucamy granulki do piknometru napełnionego wodą. Wstrząsamy kilkakrotnie piknometrem (aby usunąć z niego pęcherzyki powietrza) i zamykamy korkiem. Pewna objętość wody - równa objętości ciała zanurzonego - wylewa się z piknometru. Po osuszeniu ważymy piknometr z wodą i ciałem stałym i oznaczamy masę  $m_5$ . Masa wody, która wylała się z piknometru po wrzuceniu ciała

$$m = m_2 + m_4 - m_5$$

ponieważ

$$m = V d_t$$

można zapisać, że

$$m_2 + m_4 - m_5 = V d_t$$

Objętość wody, która wylała się z piknometru

$$V = \frac{m_2 + m_4 - m_5}{d_t} \quad (7)$$

Objętość ta równa jest objętości wrzuconych do piknometru granulek. Ostatecznie więc gęstość badanego ciała stałego

$$d = \frac{m_4}{V} = \frac{m_4}{m_2 + m_4 - m_5} d_t \quad (8)$$

## IV. Zestaw pomiarowy

Waga laboratoryjna, waga analityczna, piknometr, suszarka, woda destylowana, ciecz o nieznannej gęstości, ciało stałe o nieznannej gęstości, alkohol do przemywania piknometru.

## V. Przebieg ćwiczenia

1. Przemywamy piknometr wodą destylowaną, przepłukujemy alkoholem i dokładnie wysuszamy.
2. Wyznaczamy masę  $m_1$  pustego piknometru za pomocą wagi analitycznej.
3. Napełniamy piknometr wodą destylowaną i zamykamy korkiem, zbieramy bibułą nadmiar wody wypływającej przez kanalik w korku i osuszamy szmatką boczne części piknometru.
4. Wyznaczamy masę  $m_2$  piknometru z wodą destylowaną.
5. Mierzmy temperaturę  $t$  wody.

- Wyznaczamy masę badanego ciała w postaci granulek, tzn. masę  $m_4$ .
- Wrzucamy granulki do piknometru wypełnionego wodą. Wstrząsamy kilkakrotnie, usuwając pęcherzyki powietrza, zamykamy korkiem i zbieramy nadmiar wypływającej wody bibułą. Wyznaczamy  $m_5$ , masę piknometru wraz z zawartością.
- Wylewamy wodę, osuszamy piknometr i napełniamy badaną cieczą. Ważymy piknometr z cieczą, tzn. masę  $m_3$ .
- Odczytujemy z tablic gęstość o wody  $d_t$  w temperaturze  $t$ .
- Wyniki pomiarów i obliczenia zapisujemy w tabelach.

## VI. Tabele pomiarowe

TABELA 1. Tabela pomiarowa

$m_1$ [ $10^{-3}$ kg]	$m_2$ [ $10^{-3}$ kg]	$m_3$ [ $10^{-3}$ kg]	$m_4$ [ $10^{-3}$ kg]	$m_5$ [ $10^{-3}$ kg]	$t$ [°C]	$d_t$ [ $10^3$ kg/m <sup>3</sup> ]

TABELA 2. Tabela wyników

$d_c$ [ $10^3$ kg/m <sup>3</sup> ]	$\Delta d_c$ [ $10^3$ kg/m <sup>3</sup> ]	$\delta_{dc}$ [%]	$d$ [ $10^3$ kg/m <sup>3</sup> ]	$\Delta d$ [ $10^3$ kg/m <sup>3</sup> ]	$\delta_d$ [%]

## VII. Opracowanie wyników

- Obliczamy gęstość cieczy  $d_c$  ze wzoru  $d_c = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} d_t$ .
- Obliczamy gęstość ciała stałego ze wzoru  $d = \frac{m_4}{m_2 + m_4 - m_5} d_t$ .

## VIII. Rachunek błędów

- Błąd bezwzględny wartości gęstości cieczy i ciała stałego obliczamy metodą różniczki zupełnej.

*Dla cieczy*

$$|\Delta d_c| = \left| \frac{\partial d_c}{\partial m_1} \right| |\Delta m_1| + \left| \frac{\partial d_c}{\partial m_2} \right| |\Delta m_2| + \left| \frac{\partial d_c}{\partial m_3} \right| |\Delta m_3|$$

Po obliczaniu pochodnych cząstkowych i zastosowaniu operacji modułu (wartości bezwzględnej) otrzymujemy

$$|\Delta d_c| = \frac{|m_2 - m_3|}{(m_2 - m_1)^2} d_t |\Delta m_1| + \frac{m_3 - m_1}{(m_2 - m_1)^2} d_t |\Delta m_2| + \frac{1}{m_2 - m_1} d_t |\Delta m_3| \quad (9)$$

Praktyczne obliczenia można przeprowadzić za pomocą zależności równoważnej do postaci (9), ale zawierającej wartość obliczonej uprzednio wartości gęstości  $d_c$ .

W tym celu zauważmy, że wzór (9) można zapisać w bardziej rozwiniętej formie

$$|\Delta d_c| = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} d_t \frac{|m_2 - m_3|}{m_3 - m_1} \frac{|\Delta m_1|}{m_2 - m_1} + \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} d_t \frac{|\Delta m_2|}{m_2 - m_1} + \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} d_t \frac{|\Delta m_3|}{m_3 - m_1} \quad (10)$$

Wówczas na podstawie zależności (6) i (9) otrzymujemy ostatecznie, że

$$|\Delta d_c| = d_c \left[ \frac{|m_2 - m_3|}{m_3 - m_1} \frac{|\Delta m_1|}{m_2 - m_1} + \frac{|\Delta m_2|}{m_2 - m_1} + \frac{|\Delta m_3|}{m_3 - m_1} \right] \quad (11)$$

Należy zwrócić uwagę, że kolejne człony w nawiasie kwadratowym zależności (11) przedstawiają względne udziały błędów  $|\Delta d_c|$ , uwarunkowane błędami  $|\Delta m_1|$ ,  $|\Delta m_2|$  i  $|\Delta m_3|$ .

### ***Dla ciała stałego (granulek)***

$$\begin{aligned} |\Delta d| &= \left| \frac{\partial d}{\partial m_2} \right| |\Delta m_2| + \left| \frac{\partial d}{\partial m_4} \right| |\Delta m_4| + \left| \frac{\partial d}{\partial m_5} \right| |\Delta m_5| = \\ &= \frac{m_4}{(m_2 + m_4 - m_5)^2} d_t |\Delta m_2| + \frac{m_5 - m_2}{(m_2 + m_4 - m_5)^2} d_t |\Delta m_4| + \frac{m_4}{(m_2 + m_4 - m_5)^2} d_t |\Delta m_5| = \\ &= \frac{m_4}{m_2 + m_4 - m_5} d_t \frac{|\Delta m_2|}{m_2 + m_4 - m_5} + \frac{m_4}{m_2 + m_4 - m_5} d_t \frac{m_5 - m_2}{m_4} \frac{|\Delta m_4|}{m_2 + m_4 - m_5} + \\ &\quad + \frac{m_4}{m_2 + m_4 - m_5} d_t \frac{|\Delta m_5|}{m_2 + m_4 - m_5} \end{aligned} \quad (12)$$

Ostateczna - bardziej dogodna do obliczeń - postać na  $|\Delta d|$  jest następująca:

$$|\Delta d| = d \left[ \frac{|\Delta m_2| + |\Delta m_5|}{m_2 + m_4 - m_5} + \frac{m_5 - m_2}{m_4} \frac{|\Delta m_4|}{m_2 + m_4 - m_5} \right] \quad (13)$$

W praktyce wartości  $|\Delta m_1|$ ,  $|\Delta m_2|$ ,  $|\Delta m_3|$ ,  $|\Delta m_4|$  i  $|\Delta m_5|$  można przyjąć za jednakowe i równe dokładności ważenia  $|\Delta m|$  ( $|\Delta m|$  - najmniejsza działka skali wagi).

Uwzględniając ten fakt, wyrażenia na błędy gęstości cieczy  $|\Delta d_c|$  (wzór (11)) i ciała stałego  $|\Delta d|$  (wzór (13)) możemy zapisać w skróconych (bardziej „atrakcyjnych”) postaciach, a mianowicie:

$$|\Delta d_c| = d_c \left[ \left( \frac{|m_2 - m_3|}{m_3 - m_1} + 1 \right) \frac{|\Delta m|}{m_2 + m_1} + \frac{|\Delta m|}{m_3 - m_1} \right] \quad (\text{B1})$$

$$|\Delta d| = d \left( 2 + \frac{m_5 - m_2}{m_4} \right) \frac{|\Delta m|}{m_2 + m_4 - m_5} \quad (\text{B2})$$

Należy obliczyć wartości liczbowe  $|\Delta d_c|$  oraz  $|\Delta d|$ , a następnie dokonać zaokrągleń wartości  $|\Delta d_c|$  i  $d_c$  oraz  $|\Delta d|$  i  $d$  - zgodnie z obowiązującymi zasadami (normami).

2. Zaokrąglone wartości  $|\Delta d_c|$  i  $d_c$  oraz  $|\Delta d|$  i  $d$  wpisać do tabeli 2.
3. Obliczyć błąd względny gęstości cieczy i ciała stałego.
4. Przeprowadzić dyskusję uzyskanych wyników, porównać uzyskane wartości z wartościami tablicowymi i wskazać na źródła ewentualnych różnic.

## Literatura

1. Dryński T., Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1978.
2. Halliday D., Resnick R., Walker J., Fizyka, t. 1, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
3. Lech J., Opracowanie wyników pomiarów w laboratorium podstaw fizyki, Wydawnictwo Wydziału Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej PCz, Częstochowa 2005.
4. Wróblewski A.K., Zakrzewski J.A., Wstęp do fizyki, PWN, Warszawa 1978.

**Załącznik do ćwiczenia M-1**  
**Instrukcja obsługi wagi analitycznej WA-31**

**I. Dane techniczne**

Maksymalne obciążenie wagi	200 g
Wartość wagowa działki	0,2 mg
Dokładność odczytu	0,1 mg
Zakres skali	-10÷+10 mg

**II. Uwagi ogólne o użytkowaniu wagi**

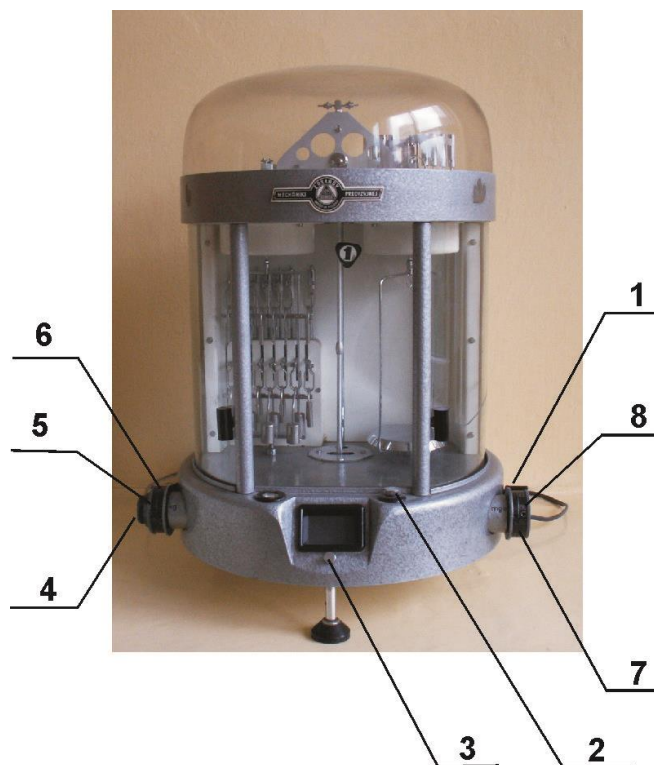
Waga analityczna jest przyrządem pomiarowym o wyjątkowo precyzyjnej budowie, toteż zarówno jakość jej wskazań, jak i okres eksploatacji będą w dużym stopniu uzależnione od właściwego użytkowania i konserwacji.

Ostrożne i delikatne włączanie i wyłączanie wagi oraz utrzymanie jej w czystości, niewątpliwie okres ten przedłuży.

Wszelkie manipulacje z wagą, jak tarowanie, zawieszanie wieszaków lub szalek, nakładanie i zdejmowanie odważników, można wykonywać tylko wtedy, gdy waga jest wyłączona.

Nie wolno pozostawiać wagi niewyłączonej, gdy przestaje być użytkowana, jak również nie można dopuścić, by na skutek nieostrożności czy też nie dość delikatnego obchodzenia się z nią belka lub wieszaki spadły z wkrętów podpierających.

**III. Budowa i obsługa wagi**



**Rys. 2. Waga analityczna**

1. Podłączyć wagę za pośrednictwem transformatora do sieci prądu zmiennego 220 V.
2. Wyregulować ostrość obrazu mikroskali.  
(W tym celu należy włączyć wagę za pomocą uchwyty (1) (rys. 2) i pokręcając uchwytem (2) tak ustawić obiektyw, aby obraz na matówce był wyraźny.)
3. Ustawić matówkę w położeniu środkowym za pomocą uchwyty (3). Możliwość przesuwania matówki służy do zerowania wagi, gdy odchylenie od położenia zerowego przy nieobciążonych szalkach jest niewielkie.
4. Ciało, którego masę mierzymy, umieścić na szalce prawej.
5. Przed ważeniem na wadze analitycznej należy wyznaczyć masę badanego ciała na wadze laboratoryjnej z dokładnością do 1 g.
6. Odważniki gramowe nakładamy za pomocą mechanizmu uruchamianego pokrętłami (4), (5) i (6).
7. Odważniki miligramowe nakładamy za pomocą mechanizmu uruchamianego pokrętłami (7) i (8).
8. Wążeńia dokonujemy przy zamkniętych drzwiczkach.
9. Po doprowadzeniu wagi do równowagi wagę należy zaaretować (zablokować), a następnie obliczyć masę ciała.

**UWAGI:**

- *„Nakładanie” i „zdejmowanie” odważników wykonywać tylko przy zaaretowanej wadze,*
- *wagę włączać ostrożnie.*